技術社会システム

第11回：変換統治法(続き)・貪欲法

担当教員：蓮池 隆(はすいけ たかし)
連絡先：thasuike@waseda.jp

先週の演習問題の解答です

演習10-2

- 1円玉が1000枚あり，それを以下の条件をみたすように，10個の山に分けよ．

  条件: 適当な山の組み合わせで，1円から1000円までの全ての金額を表すことができる．

解答

- **k番目(ただし，k=1～9)の山には，それぞれ2^{k-1}枚**の1円玉があるとする．
- これら全ての山の枚数の合計は，511枚となるため，残り489枚を10番目の山とする

先週の演習問題の解答です

解答

- **k番目(ただし，k=1～9)の山には，それぞれ2^{k-1}枚**の1円玉があるとする.
- 1～511までの数は，1～9番目の山の組合せで表現することができる
- また，489～1000までの数は，(10番目の山)+(1～9番目の山の組合せ)で表現することができる.

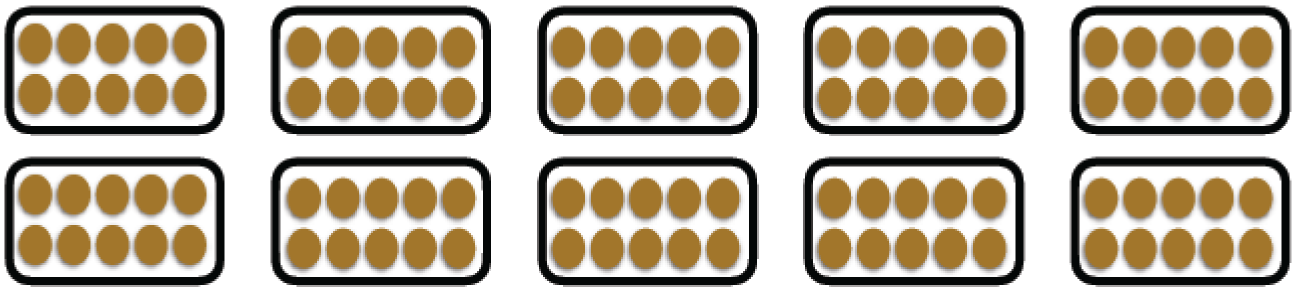
→よって，1～1000までの全ての数を表現することができる

前回の解答は続きます

演習10-3

- 10枚の硬貨を一山として，全部で10の硬貨の山が与えられている．
- これらは外見的には区別がつかないが，以下を満たす．
  - 一山は全て偽造硬貨で，残りの山は全て本物の硬貨
  - 本物の硬貨は10グラムで，偽造硬貨は9グラム

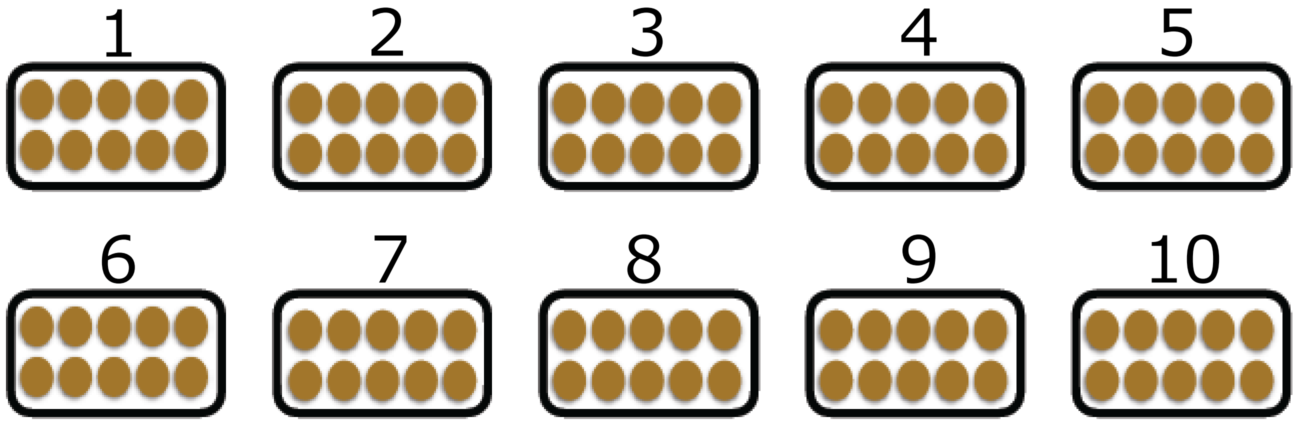
Q：重量を表示できるデジタル式の秤が与えられたとき，偽造硬貨の山を見つけるには最低何回の計測が必要だろうか？



解答

解答

- 硬貨の山に1から10まで名前をつける.



- 第n山 (n=1, 2, …, 10)から，n枚の硬貨を取り出して秤に載せ，計測する.

解答

解答のポイント

- 全部が本物であれば，(1+2+…+10)×10＝550グラム
- もし8番目のグループが偽造硬貨であれば，8枚分が1グラムずつ小さいため，秤は542グラムを示すはず

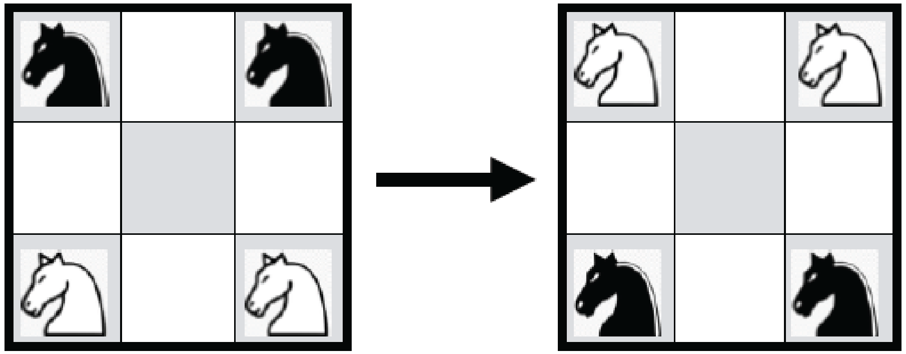
- つまり，**550－(秤に示された数値)が偽造硬貨のグループを示している**

もう少し演習の解答です

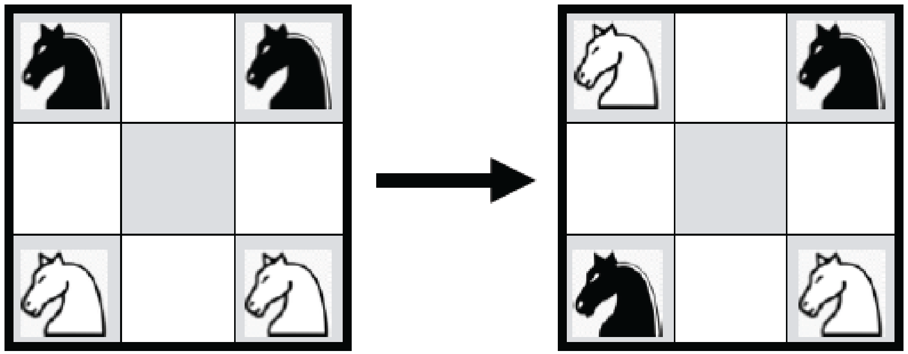
<u>演習10-4</u>

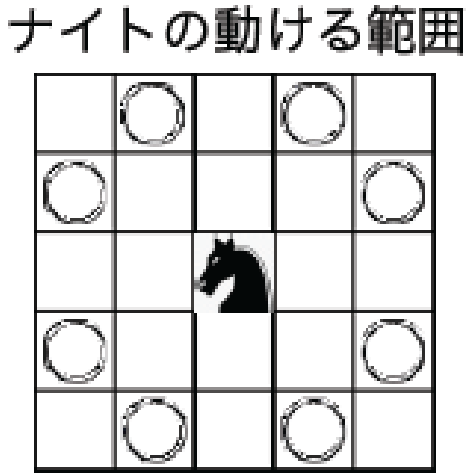
- チェス盤上の以下の位置に，4つのナイトが置かれている.
- 左の状態から右の状態へ，コマ同士が干渉せずに移動できるか，できる場合は最小手数を，左から右への状態へは移動できない場合はその理由を示しなさい.

(1)



(2)



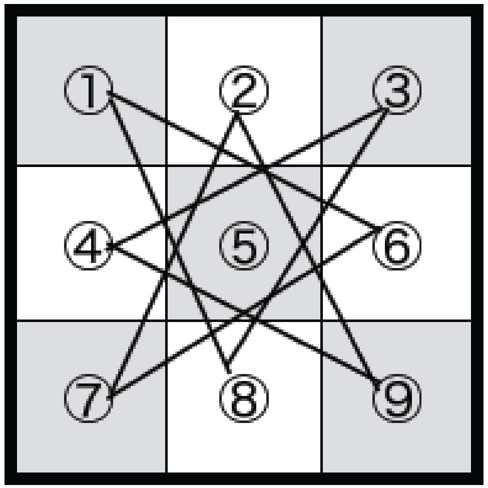


(1)の解答はこちら

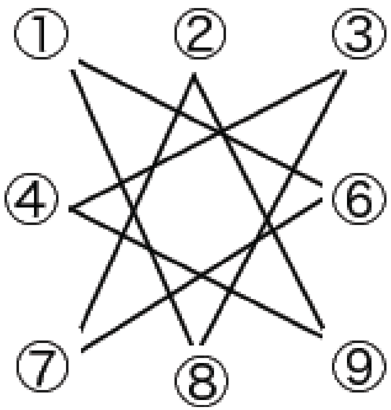
<u>演習10-4</u>

- チェス盤(a)のマスに番号を振り，ナイトが移動できる番号の間に辺を作る．

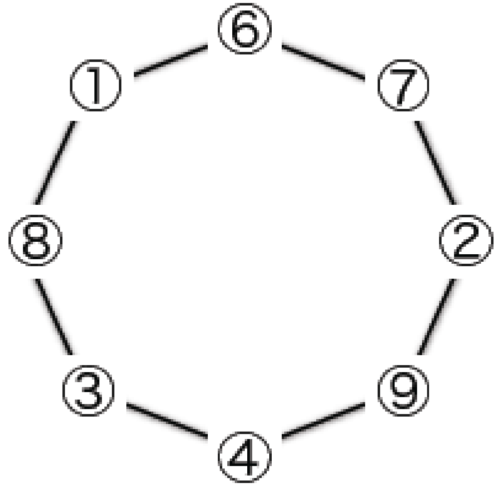
→これにより(b)のグラフが得られる．さらに，これを見やすくするために(c)のように表示する(グラフへの変換)



(a)



(b)



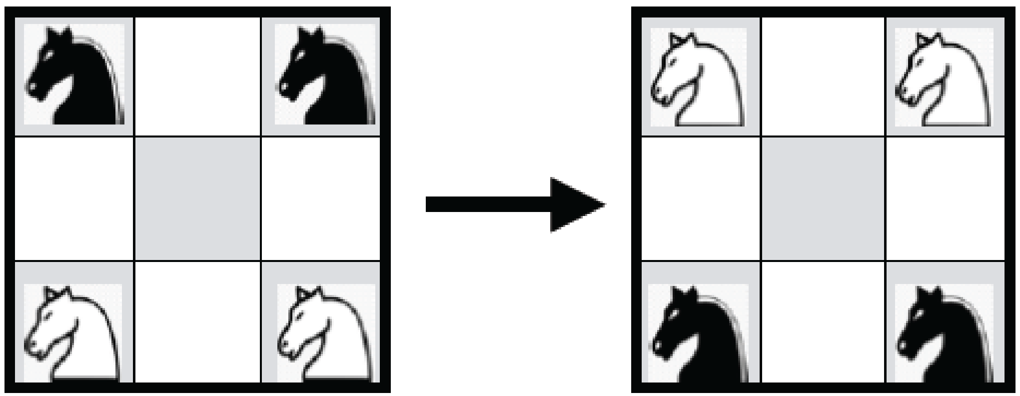
(c)

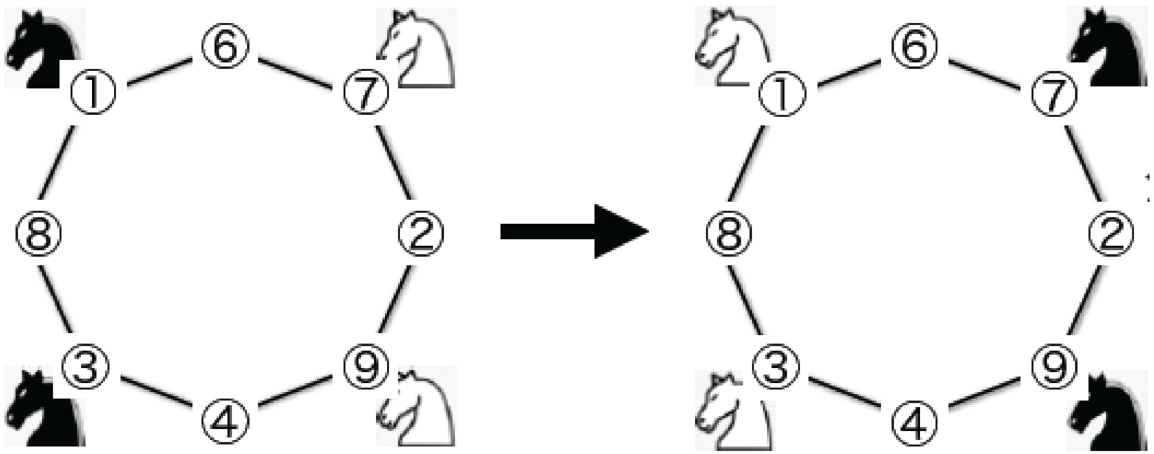
(1)の解答はこちら

演習10-4

- (1)の盤面で行うと…

(1)





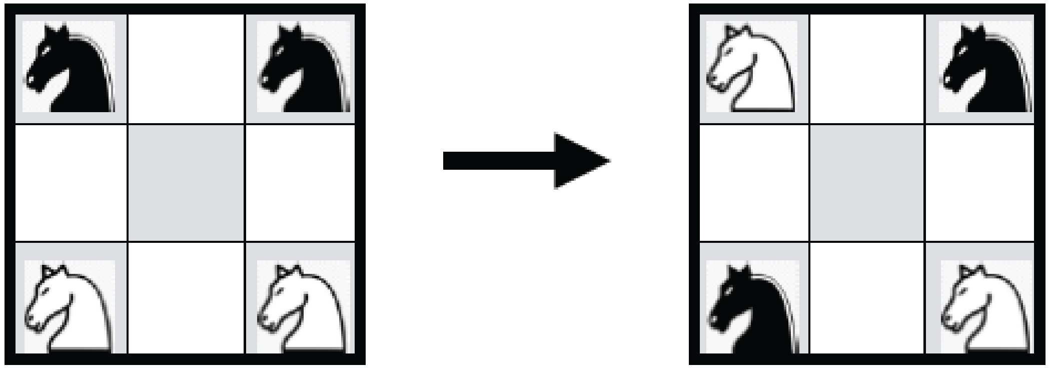
全てのナイトを時計回りに動かす操作を4回
⇒計16回の移動

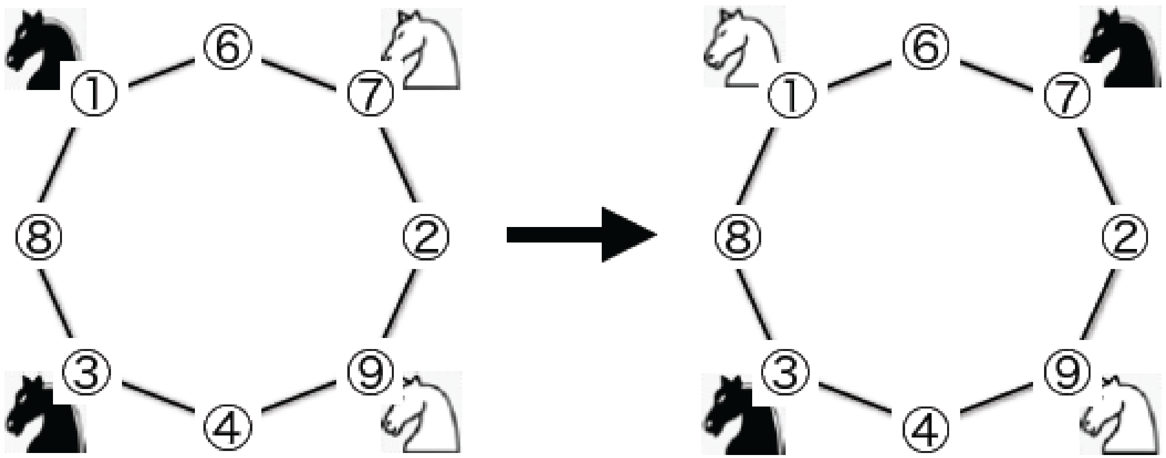
(2)の解答はこちら

演習10-4

- (2)の盤面で行うと…

(2)





白と黒のナイトはそれぞれ飛び越すことはできないので，入換え不可能

数値をメモリに保存する

- 1から100のうち，99個の異なる数字がランダムに提示されるとする．
- 提示されなかった残された1つの数字Nを当てるためには，提示された99個を覚えておく必要がある

<u>十進数n桁のメモリ</u>

- 0以上9以下の数字又は空白 X_i $(i = 1, \cdots, n)$を並べた状態$(X_1, \cdots, X_n)$ を保存できるもの
- 特定桁の文字を別の文字に入れ替えることはできる
- 四則演算に用いるメモリは考えないものとし，1回の四則演算ごとにメモリに数値が保存される

シンプルに考えると

シンプルな方法

- 提示された数字を全てメモリに保存し，メモリに保存されていない数字Nを探すアルゴリズム

0	0	6	0	3	2	0	5	5		…

- 1つの数字で3桁使用→99個で3×99＝**297桁必要**

Q：上記のシンプルな方法よりも，メモリの桁数を少なくするにはどうすればよいか？

シンプルに考えると

1つの削減方法

- 最初に1を100個並べておく.
- 提示された数字の桁数を0に置き換える.
- 提示され終わった時に，1となっている桁が求める数字Nとなる.

(例)3が提示されなかった場合: 1111…111 → 0010…000

メモリは，100桁あれば十分.

それでは演習です

<u>演習11-1</u>

- 1から100のうち，99個の異なる数字がランダムに提示されるとする.
- 提示されなかった残された1つの数字Nを当てるためには，提示された99個を覚えておく必要がある

- 十進数何桁分のメモリがあれば十分か？100桁よりも少ない数となるアルゴリズムを求めなさい.
(少なければ少ないほどベターです)

貪欲法

貪欲法

-

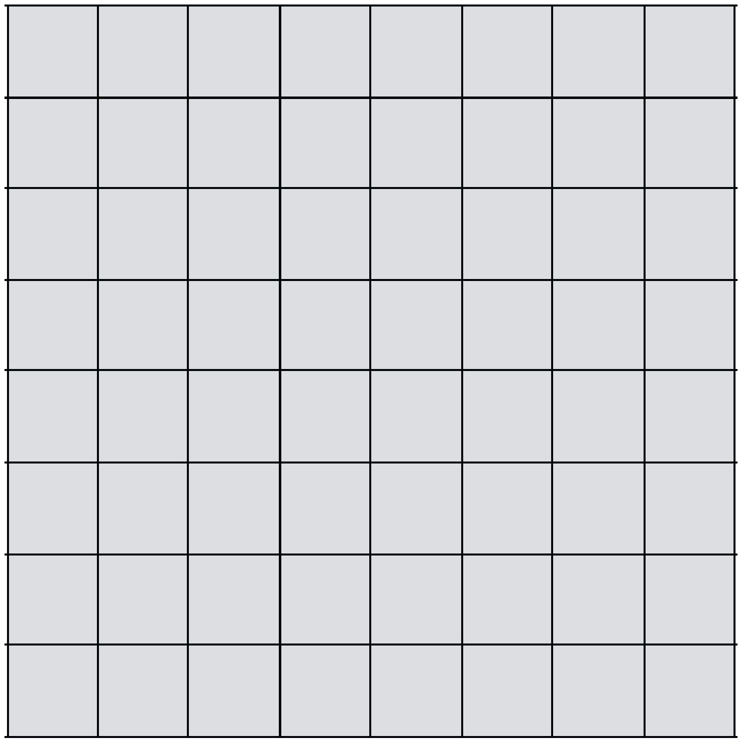
-

最適性について

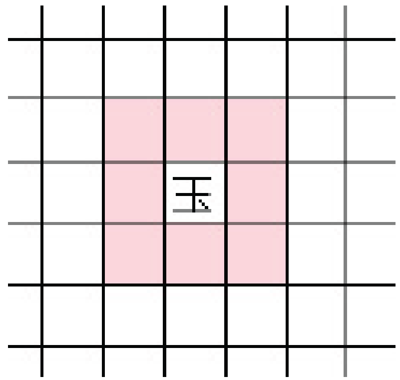
貪欲法を用いた演習です

演習11-2

- 8×8のチェス盤に，以下の条件を満たすように将棋の王を可能な限り配置せよ．それ以上，王が置けないことを示せ．
- [条件] どの王も互いに干渉しない．



王の動ける範囲



解答例

貪欲法による解法

- 各マスに番号をふる.
- 番号の順番に王が置けるなら置いていく.

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

王		王		王		王	
王		王		王		王	
王		王		王		王	
王		王		王		王	

解答例

<u>貪欲法による解法</u>

- 各マスに番号をふる.
- 番号の順番に王が置けるなら置いていく.

- 16個の王が置かれているが, さらに17個以上の王が置けないことを示す必要がある. (最適性の証明)

王		王		王		王	
王		王		王		王	
王		王		王		王	
王		王		王		王	

解答例

<u>貪欲法による解法</u>

- 各マスに番号をふる.
- 番号の順番に王が置けるなら置いていく.

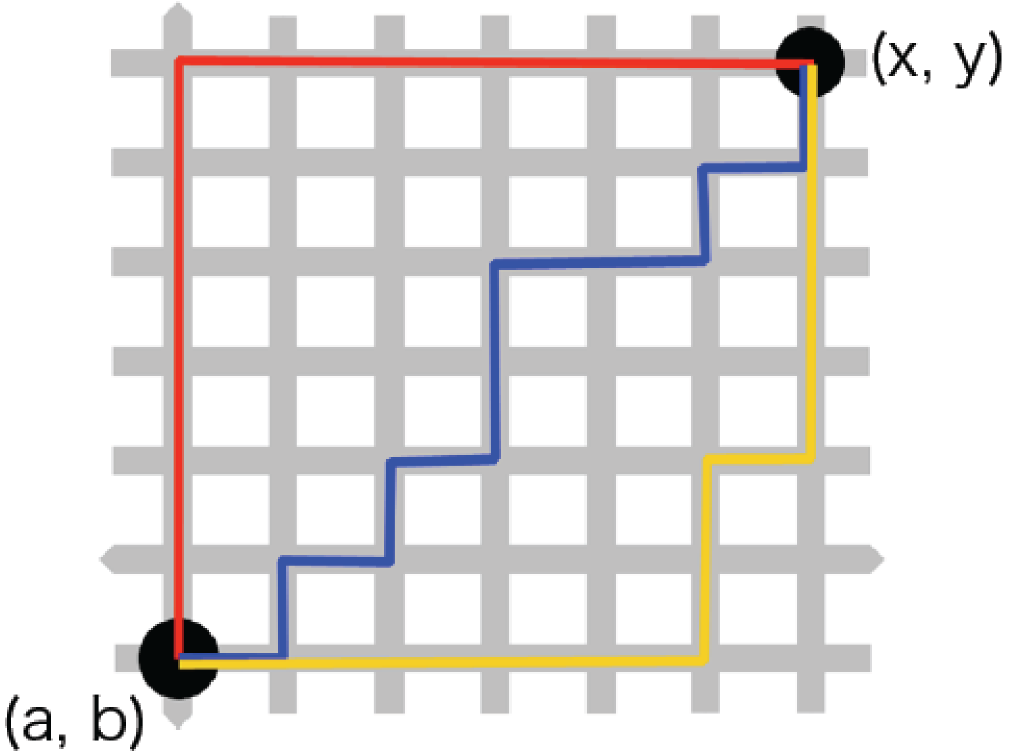
- 右のように正方形の４マスを１ブロックとする.
- 各ブロックに１つの王しか配置できないので，ブロックの数より多くは王は配置できない.
- よって配置できる王は16個が最大.

王		王		王		王	
王		王		王		王	
王		王		王		王	
王		王		王		王	

続いての演習に行く前に

マンハッタン距離

- 2次元座標(a, b)と(x, y) (a,b,x,y:整数) の間のマンハッタン距離: d((a, b), (x, y)) = |a - x| + |b - y|
- 碁盤上の通路を通って(a, b)から(x, y)への道のりと解釈できる.



以上をふまえて演習です

演習11-3

- 100×100のチェス盤の左上のマスから右下のマスまでチェスのナイトを動かすのに必要な最小手数はいくつ？(下図はあくまでイメージ図)